

Geometría Algebraica I (18GAL01/MAT-610) Quiz 4 (Primavera 2025)
SOLUCIONES

Nombre: _____ Nota: ____/10

1. (10 points) Complete los espacios en blanco en el siguiente párrafo:
Sea $X = \text{Spec } A$ un esquema afín. Entonces las funciones regulares de X en un abierto principal $D(f)$ vienen dadas por

$$\mathcal{O}_X(D(f)) = \underline{A_f}.$$

En particular, las secciones globales son:

$$\mathcal{O}_X(X) = \underline{A}.$$

Y la fibra en un punto $x = \mathfrak{p} \in X$ es:

$$\mathcal{O}_{X,x} = \underline{A_{\mathfrak{p}}}.$$

Si A es además un dominio entero con cuerpo de fracciones K , el punto genérico de X se define como el punto $\xi \in X$ que corresponde al ideal primo $\underline{0}$.

El punto genérico tiene la propiedad de pertenecer a todos los abiertos no vacíos de X . La fibra genérica viene dada por:

$$\mathcal{O}_{X,\xi} = \underline{K}.$$

Se sigue que para todo abierto $U \subset X$, el homomorfismo canónico $\mathcal{O}_X(U) \rightarrow \mathcal{O}_{X,\xi}$ tiene como núcleo:

$$\ker(\mathcal{O}_X(U) \rightarrow \mathcal{O}_{X,\xi}) = \underline{0}.$$

Por lo que \mathcal{O}_X se puede ver como un sub-haz del pre-haz constante \underline{K} , el cual es en realidad un haz dado que todo abierto U de X es conexo.